

Уважаемые участники школы!

Как уже говорилось в предварительном сообщении, школа планируется “рабочей”, ее программа будет состоять из докладов участников. Во вложении приблизительная программа школы. Темы указанные со звездочкой не входят в обязательные для рассмотрения в рамках школы. Конечно, их изучение всячески приветствуется, и в случае желаний участников мы их обязательно обсудим.

Желающим участвовать нужно до 7 апреля выбрать 1-2 темы (и, по возможности, конкретные номера докладов), по которым они хотят сделать доклад во время школы. Темы докладов отправлять на почту semenyakinms@gmail.com (Коля Семенякин) с темой письма “Тема доклада. <Фамилия>”. В случае любых затруднений или вопросов по темам - не стесняйтесь задавать вопросы кураторам тем (адреса указаны под названиями тем) или организаторам.

Мы хотим избежать ситуации, что все будут готовить одни и те же доклады, поэтому окончательное распределение докладов по участникам (внутри выбранных участниками тем) будет произведено организаторами.

Для подготовки к школе участникам необходимо до 9 мая подготовить предварительные планы докладов, объемом до 2 страниц каждый. В планах надо явно написать основные формулы/утверждения, которые будут выводиться/объясняться на школе с пояснениями, и их иллюстрация на конкретном примере (чем конкретнее - тем лучше). Планы нужно высылать на почту кураторам соответствующих тем с темой письма “План доклада. <Фамилия>”. Предоставление планов и их достаточное качество будет являться основным условием, необходимым для участия в школе. План, помимо отправки на почту, также может быть лично обсуждён с куратором темы в Москве, при встрече по договорённости.

Поскольку объем материала в каждой теме велик, а времени на доклад - мало, просьба к участникам подходить к подготовке доклада внимательно, стараться заранее продумать изложение материала максимально понятным образом, иллюстрируя конкретными примерами, не перегружая деталями, несущественными для первого знакомства с темой.

=== Топологические решения в классической теории поля - 5 занятий

Кураторы - Семенякин Коля (semenyakinms@gmail.com),
Лосяков Владимир Владимирович (losyakov@ipi.ru)

Пререквизиты:

классическая механика и классическая электродинамика в лагранжевом формализме (см. [LL1], [LL2]).

Для понимания лекций 4-6 предполагается знакомство с основами теории алгебр и групп Ли на примере групп $SU(2)$ и $SO(3)$ (см. например [Ru] глава 3).

0. Напоминание из классической теории поля. Функционал действия в классической теории поля. Уравнения Эйлера-Лагранжа. Тензор энергии-импульса, сохранение энергии (на примере классической электродинамики и теории ϕ^4)

[LL2] - параграфы 30-33

[Ru] - глава 1, параграф 2.2

1. Кинк в $1+1$ в теории ϕ^4 . Солитоны и кинки в теории \sin -Гордон.

[Ra] - глава 2

[Ru] - параграф 7.1

2. 2 скалярных поля как 1 комплексное, глобальная $U(1)$ симметрия. Калибровочная $U(1)$ симметрия.

[Ru] - глава 2 и задачи из неё.

3.1. Нарушения глобальной $Z/2$ и $U(1)$ симметрии. Возникновение массы у фотона, как результат нарушения непрерывной глобальной симметрии (механизм Хиггса).

[Ru] - параграфы 5.1-5.2, 6.1

3.2. Абрикосовский вихрь в $2+1$

[Ru] - параграф 7.3

4. 3 скалярных вещественных поля. Глобальная симметрия $SO(3)$ и $O(3)$ сигма-модель. Частичное нарушение симметрии.

[Ru] - параграф 5.3, 5.4, 7.4

[Ra] - параграфы 3.1-3.3

5*. Неабелевы калибровочные поля. Монополюс т'Хофта-Полякова.

[Ru] - Глава 4. Параграфы 6.2, 6.3. Параграфы 9.1,9.2

[Ra] - параграфы 3.4

6*. BPST инстантон (инстантон с зарядом 1) в $SU(2)$ калибровочной теории.

А. Вайнштейн, В. Захаров, В. Новиков, М. Шифман. Инстантонная азбука. Разделы 5-7.

[Ru] - главы 13.3 - 13.5

Литература:

<https://yadi.sk/d/GRBOPfGw3TjzaM>

[LL1] - Л. Ландау, Е. Лифшиц. Теоретическая физика. Том 1. Механика.

[LL2] - Л. Ландау, Е. Лифшиц. Теоретическая физика. Том 2. Теория поля.

[Ra] Раджирман. Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля.

[Ru] Рубаков. Классические калибровочные поля. Бозонные теории.

=== Континуальный интеграл - 5 занятий

Кураторы –

Лосяков Владимир Владимирович (losyakov@lpi.ru),
Семенякин Коля (semenyakinms@gmail.com)

Прerequisites:

классическая механика (Гамильтонов и Лагранжев формализм). Настоятельно рекомендуется (хоть и не является обязательным) предварительное знакомство с основами квантовой механики в Шредингеровской картине (для щадящего введения см. например [D] главы 1-6. Более кратко - [LL3] главы 1-3).

1.1. Краткий обзор Лагранжевого и гамильтонового формализма в механике - что такое Лагранжиан, действие, Гамильтониан, обобщённый импульс, метод Гамильтона-Якоби. Как это связано с Ньютоновской формулировкой механики.

[LL1] - параграфы 2, 4, 6-9, 40, 42, 43

[FH] Задачи 2.1-2.5

1.2. Двухщелевой эксперимент. Интерферирующие вероятности. Амплитуда перехода. Композиция амплитуд.

[FH] - главы 1, 2

2. Вычисление амплитуды перехода для свободной частицы.

[FH] - главы 3.1 - 3.6 (можно пропустить 3.3). Задачи 3.1-3.7

[K] - глава 2.2

3. Вычисление амплитуды перехода для осциллятора.

[FH] - глава 3.11. Задача 3.8, 3.12

[K] - глава 2.3

4. Волновая функция, гамильтониан, переход от Фейнмановского к Шредингеровскому формализму. Выведение функционального интеграла в фазовом пространстве из разбиения единицы в Шредингеровском подходе. Переход к интегралу по конфигурационному пространству.

[FH] - глава 3.4. Задача 3.4, 3.5. Глава 4.1 Задача 4.1, 4.3-4.11

[K] - глава 2.1

5. Теорема Гельфанда-Яглома (на примере осциллятора, с зависящей от времени частотой. Сравнить для начала с ответом в случае постоянной частоты).

И. М. Гельфанд, А. М. Яглом. Интегрирование в функциональных пространствах и его применения в квантовой физике.

[K] - глава 2.4, 2.5.1

[LL1] - глава 27

6*. Континуальный интеграл для частицы на сфере

[GS]

Литература:

<https://yadi.sk/d/GRBOPfGw3TjzaM>

[D] Дирак. Принципы квантовой механики

[LL1] - Л. Ландау, Е. Лифшиц. Теоретическая физика. Том 1. Механика.

[LL3] Л. Ландау, Е. Лифшиц. Теоретическая физика. Том 3. Квантовая механика. Нерелятивистская теория.

[FH] Р. Фейнман, А. Хибс. Квантовая механика и интегралы по траекториям.

[K] H. Kleinert. Path Integrals in Quantum Mechanics, Statistics, Polymer Physics, and Financial Markets.

[GS] C. Grosche, F. Steiner. The Path Integral on the Pseudosphere

=== Конформная теория поля - 5 занятий

Куратор –

Гавриленко Паша (pasha145@gmail.com)

1. Свободное бозонное поле в формализме континуального интеграла, теорема Вика, среднее от экспоненциальных операторов.

[cft14] лекции 4,5

[cft16] лекция 3

[G] раздел 2.3

2. Симметрии в квантовой теории поля, теорема Нётер, тождества Уорда, конформные преобразования в двух измерениях, тензор энергии-импульса свободного бозона, конформные тождества Уорда.

[F] параграфы 4,5

[cft14] лекция

[D] лекция 1

[ZZ] параграф 4

[БПЗ]

[ds2014]

3. Операторные разложения на примере свободного бозона. Вычисление операторной алгебры. Алгебра Вирасоро.

[F] параграф 5

[G] раздел 3

[cft14] лекция 7

[D] лекция 1

4. Пространство полей конформной теории как представление алгебры Вирасоро. Выражение корреляторов произвольных полей через корреляторы примарных.

Определение конформного блока.

[D] лекция 1

[F] параграф 6
[БПЗ]
[ZZ] параграф 5
[G] параграф 3
[cft16] лекция 10

5. Сингулярные вектора в представлении алгебры Виассоро. Дифференциальные уравнения на корреляционные функции. Простейшее решение в терминах гипергеометрической функции.

[D] лекция 2
[БПЗ]
[ZZ] параграф 6
[G] параграф 4
[F] параграф 7

*6. с-теорема
[ZZ] глава 3

*7. Теория свободного фермионного поля.

[G] параграф 6
[F] параграф 6
[cft16] лекция 6
[cft14] лекция 5

*8. Бозонизация и фермионизация. Модель Тирринга и её связь с синус-гордоном.

[cft14] лекция
[F] параграф 12
[ds2014]

*9. Многокомпонентные фермионы и алгебры Каца-Муди, конструкция Сугавары. Модель ВЗВ и её связь с фермионами.

[F] глава 15
[G] раздел 9

*10. Минимальные модели.

[БПЗ]
[F] главы 7,8,9
[ZZ] глава 7
[D]

Статья Доценко-Фатеева в сборнике Белавина

*11. Изомонодромные деформации и их связь с конформной теорией.

<https://arxiv.org/abs/1207.0787>
<https://arxiv.org/abs/1401.6104>

*12. Идентификация модели Изинга с минимальной моделью $M(3/4)$.

<https://arxiv.org/abs/1012.2856>
[C88] параграфы 5, 6

[ds2014]

[БПЗ]

Литература: <https://drive.google.com/drive/folders/10rQRhpKR2WeuiBKK9-citGluy7UuHHb9?usp=sharing>

Разные книжки, статьи, лекции. В начале те, что поменьше: наверно с них и надо начинать. По крайней мере, первые несколько точно просмотреть.

[G] P. Ginsparg "Applied Conformal Field Theory"

[БПЗ] А. Белавин, А. Поляков, А. Замолодчиков "Бесконечная конформная симметрия в двумерной квантовой теории поля" (Сборник под ред. А.А. Белавина "Инстантоны, струны и конформная теория поля")

[D] Vi. S. Dotsenko "Lectures on Conformal Field Theory" (Сборник "Conformal Field Theory and Solvable Lattice Models")

[C88] J. Cardy Conformal Field Theory and Statistical Mechanics, 1988

[C08] J. Cardy Conformal Field Theory and Statistical Mechanics, 2008

[ZZ] A. Zamolodchikov, Al. Zamolodchikov "Conformal Field Theory and Critical Phenomena in Two-Dimensional Systems"

[F] Di Francesco et al. "Conformal field theory"

Записки лекций. Они короткие, потом лучше все посмотреть

[cft16] Лекции в Вышке <https://math.hse.ru/cft2016>

[cft14] <https://math.hse.ru/mag1-14-ts>

[ds2014] Программа и задания к семинару в Дубностаполе в 2014 году

[B] Лекции Белавина

=== Метод разделения переменных в интегрируемых системах - 5 занятий

Куратор –

Ляшик Андрей (a.liashyk@gmail.com)

Пререквизиты:

классическая механика в Гамильтоновом формализме, уравнение Гамильтона-Якоби. Для понимания квантовой стороны курса необходимо уверенное владение квантовой механикой в операторном формализме.

1. Классическая r -матрица и L -матрицы. Метод разделения переменных в случае $GL(2)$ и $SL(2)$ классических спиновых цепочек

[B] - разделы 1.1 - 1.2, 1.5

[S1] - разделы 1-3

[S2] - разделы 2.2 - 2.3

2. Классический метод разделения переменных для цепочки Тоды

[BT1] - раздел 4.2

3.1. Квантовая спиновая цепочка

[S3] - лекция 1

[B] - разделы 5.1 - 5.2

3.2 - 4. Квантовый метод разделения переменных (на примере XXX цепочки)

[S1] - раздел 4

[S3] - лекции 3,4

[KKN] - раздел 4.1

Литература:

<https://yadi.sk/d/GRBOPfGw3TjzaM>

[S1] E. Sklyanin. Separation of Variables in the Classical Integrable $SL(3)$ Magnetic Chain

[S2] E. Sklyanin. Separation of Variables. New Trends.

[S3] E. Sklyanin. Quantum Inverse Scattering Method. Selected Topics.

[BT] O. Babelon, M. Talon. Riemann surfaces, separation of variables and classical and quantum integrability

[B] O. Babelon. A short introduction to classical and quantum integrable systems

[KKN] Y. Kazama, S. Komatsu, T. Nishimura. A new integral representation for the scalar products of Bethe states for the XXX spin chain

=== Квантовые группы - 5 занятий

Кураторы –

Берштейн Михаил (mbersht@gmail.com),

Хорошкин Сергей Михайлович (khor@itep.ru)

1. Простые алгебры Ли -- описание в образующих Шевалле, соответствующие диаграммы Дынкина, группа Вейля. Базис Картана-Вейля. Реализация серий A, B, C, D.

2. Представления алгебры Ли и группы Ли $sl(2)$ -- конечномерные представления, модули Верма. Оператор Казимира, его действие на представлениях. Формула для характеров для модуля Верма, для конечномерного представления. Разложение тензорного произведения конечномерных представлений на неприводимые.

*Представления алгебры Ли и группы $gl(n)$. Реализация неприводимых представлений в тензорах.

3. Квантовая группа $U_q(sl(2))$ -- определение как алгебры, структура алгебры Хопфа, проверка аксиом. Представления -- конечномерные, модули Верма. Тензорные произведения представлений. * определение квантовой группы $U_q(\mathfrak{g})$

[KS,CP]

4. Универсальная R-матрица для $U_q(\mathfrak{sl}(2))$, проверка свойств. Явный вид R матрицы в представлениях. Элементы центра $U_q(\mathfrak{sl}(2))$. Классический предел R матрицы, классическое уравнение Янга-Бакстера. Скобка на группе. * формулы для общей $U_q(\mathfrak{g})$

Литература:

Хорошего и короткого источника видимо нет, классическая часть содержится (или следует) из книг [BO], [X], [Ж] или [К]. Про квантовые группы источников много, можно например использовать [KS] или [CP], конечно полезно смотреть также [D], про скобки Пуассона можно смотреть [LW]

[BO] Винберг, Онищик Семинар по группам Ли и алгебраическим группам

[X] Хамфрис Введение в теорию алгебр Ли и их представлений.

[Ж] Желобенко Компактные группы Ли и их представления

[К] Alexander Kirillov, Jr. Introduction to Lie Groups and Lie Algebras.

[KS] Klimyk Schmudgen Quantum Groups and Their Representations

[CP] Chari, Pressley, A Guide to quantum groups

[D] Drinfeld, V. G. (1986). Quantum groups. Zapiski Nauchnykh Seminarov POMI, 155, 18-49.

[LW] Lu, Weinstein, *Poisson Lie groups, dressing transformations, and Bruhat decompositions*

=== Аффинные квантовые группы - 5 занятий

Кураторы –

Берштейн Михаил (mbersht@gmail.com),

Хорошкин Сергей Михайлович (khor@itep.ru)

0. Алгебра $\widehat{\mathfrak{sl}}_2$: как расширение алгебры токов и как алгебра Каца-Муди. Различные борелевские подалгебры. Группа Вейля. Расширенная группа Вейля, действие на борелевских. Конечномерные представления.

*Различные структуры биалгебры и классического дубля. *Интегрируемые представления, их конструкции. [Кас,Ке,ЕФК]

1. Определение $U_q(\mathfrak{sl}(2)^\wedge)$ как алгебры Дринфельда-Джимбо. Автоморфизмы Люстига, их связь с конструкцией базиса Картана-Вейля. [L, КТ]

2. Новая реализация Дринфельда. Связь ее и обычной реализации. [D2,КТ1,В,J.]

3. RTT определение $U_q(\mathfrak{gl}(2)^\wedge)$, Связь с новой реализацией Дринфельда. [РТФ],[DF]

4. Коумножение в образующих Д-Д и в новых образующих R матрица -- универсальная R матрица, связь между коумножениями; вычисление в двумерном представлении. [КТ]

5. Процедура слияния (построение R-матриц для нефундаментальных представлений) по Череднику-Назарову. [N,KNP]

6. Квантовая Сугавара (или Казимир). Уравнения q-KZ. Решения уравнений q-KZ [FR.EFK]

Литература:

[Kac] Кас *Infinite dimensional lie algebras*

[Ke] de Kerf, *Lie algebras*

[РФТ] Решетихин, Н. Ю., Тахтаджян, Л. А., & Фаддеев, Л. Д. (1989). *Квантование групп Ли и алгебр Ли*. Алгебра и анализ, 1(1), 178-206.

[D] Drinfeld, V. G. (1986). *Quantum groups*. Zapiski Nauchnykh Seminarov POMI, 155, 18-49.

[D2] Drinfeld V.G. *A new realization of Yangians and quantum affine algebras*

[JM]. Джимбо Мива *Алгебраический анализ точно решаемых решеточных моделей*,

[DF] Ding Frenkel *Isomorphism of two realizations of quantum affine algebra*

[KT] Khoroshkin Tolstoy *On Drinfeld's realization of quantum affine algebras*

[EFK] Etingof Frenkel Kirillov *Lectures on representation theory and Knizhnik-Zamolodchikov equations*

[FR] I Frenkel, Reshetikhin *Quantum affine algebras and holonomic difference equations*

[L] Lusztig, *Quantum groups*

[N] Nazarov, M. (1998). Yangians and Capelli identities. AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY TRANSLATIONS, 139-164.

[KNP] Khoroshkin, S., Nazarov, M., & Papi, P. (2011). Irreducible representations of Yangians. Journal of Algebra, 346(1), 189-226. секции 2.7, 3.4

[B] J. Beck, *Braid group action and quantum affine algebras*, Commun. Math. Phys. 165 (1994), 555–568.

[J] Jing *On Drinfeld realization of quantum affine algebras*

=== Двумерная квантовая гравитация - 5 занятий

Куратор –

Маршаков Андрей Владимирович (mars@itep.ru)

Прerequisites:

Для понимания лекций 1-2 необходимо умение вычислять Гауссов интеграл.

Для лекций 3-4 крайне желательно знакомство с основами 2-мерной конформной теорией поля.

1. Теорема Вика для матричных моделей и суммирование по триангуляциям. Сумма по родам и Эйлера характеристика. Планарный предел.

[E] - раздел 3, [FGZ] - разделы 1.1 - 1.3

2. Скейлинговых экспоненты флуктуирующих поверхностей из матричных моделей в планарном пределе

[BIPZ] - разделы 1-4, [FGZ] - раздел 2.1, [D2] - до формулы (16)

3. Поляковский вывод действия для двумерной квантовой гравитации

[P1], детали можно найти в [P2] - глава 9, также [GM] - главы 1-2

4. Вычисление скейлинговых экспонент из конформной теории

[DK], [KPZ], [D1]

5.* Чистая гравитация и теории с материей (модель Изинга, модель Потса).

[KM] - разделы 1-5, [K1], [K2] - основные вычисления

6.* Матричные модели и флуктуирующая поверхность с границей

[D2] - после формулы (16)

7.* Флуктуирующие поверхности в $d=1, -2$

[BIPZ] - раздел 5, [KM] - раздел 6,7

8.* Двойной скейлинговый предел в матричных моделях, суммирование по родам.

[BK], [E] - раздел 7

9.* Матричная модель Концевича и двумерная топологическая квантовая гравитация.

Теория Громова-Виттена.

[Ko], [MMM]

Литература:

<https://yadi.sk/d/GRBOPfGw3TjzaM>

[E] B. Eynard. *Random Matrices.*

[FGZ] P.Di. Francesco, P. Ginsparg, J. Zinn-Justin. *2D Gravity and Random Matrices*

[K1] V. Kazakov. *Exactly solvable Potts models, bond- and tree-like percolation in dynamical (random) planar lattice*

[K2] V. Kazakov. *Ising model on dynamical planar random lattice : exact solution*

[BK] E. Brezin, V. Kazakov. *Exactly solvable field theories of closed strings*

[KM] V. Kazakov, A. Migdal. *Recent progress in the theory of noncritical strings*

[BIPZ] E. Brezin, C. Itzykson, G. Parisi, J.B. Zuber. *Planar Diagrams*

[P1] A. Polyakov. *Quantum geometry of bosonic string.*

[P2] А.М. Поляков. Калибровочные поля и струны.

[GM] P. Ginsparg, G. Moore. *Lectures on 2D Gravity and 2D String Theory*

[DK] J. Distler, H. Kawai. *Conformal field theory and 2d quantum gravity.*

[KPZ] V. Knizhnik, A. Polyakov, A. Zamolodchikov. *Fractal structure of 2d quantum gravity*

[D1] F. David. *Conformal field theory coupled to 2d gravity in the conformal gauge*

[D2] F. David. *Planar diagrams, two-dimensional lattice gravity and surface models.*

[D3] F. David. *Randomly triangulated surfaces in -2 dimensions*

[Ko] M. Kontsevich, "Intersection theory on the moduli space of curves and the matrix Airy function", *Communications in Mathematical Physics*, 147 (1): 1–23

[MMM] A.Marshakov, A.Mironov, A.Morozov. On Equivalence of Topological and Quantum 2d Gravity Phys.Lett. B274 (1992) 280-288 hep-th/9201011

=== Теория Черна-Саймонса и ABJM-теория - 4 занятия

Куратор –

Семенякин Коля (semenyakinms@gmail.com),
Берштейн Михаил (mbersht@gmail.com)

Прerequisites:

квантовая теория поля в формализме функционального интеграла. Для понимания лекций 2-4 необходимо знание основ двумерной конформной теории поля.

1.1. Определение $U(1)$ теории Черна-Саймонса, вильсоновской линии как наблюдаемой. Присоединение потока магнитного поля и трансмутация статистики. Число зацепления (linking number) как простейший инвариант узла.

[L] - раздел 3.2 - присоединение магнитного потока, [P], [W] раздел 2.1

1.2. Неабелева теория ЧС, квантование уровня и калибровочная инвариантность. Квазиклассическое вычисление статсуммы на сфере. Сдвиг уровня и квантовые поправки.

[W] разделы 1-2. Также однопетлевое вычисление в [M] глава 3.

2. Канонически квантованная теория ЧС как топологическая квантовая теория поля. Пространство состояний ЧС и пространство конформных блоков теории Весо-Зумино-Виттена (WZW).

[W] раздел 3, [A] раздел 2.1-2.2 для строгого определения TQFT.

[Q], [S] - разделы 5-7, Appendix B., [H]

3. Интегрируемые представления в теории WZW. Размерность пространства, и модулярные свойства для пространства четырех точечных конформных блоков (2 фундаментальных и 2-х анти-фундаментальных поля для $SU(N)$). Гипотеза Верлинде.

[FMS] 16.1-16.2

[W] раздел 3.

4. Инвариант Джонса для зацепления. Скейн-соотношения для инварианта Джонса в теории Черна-Саймонса из модулярных свойств конформного блока. Вычисление статсуммы на многообразии с использованием твистов Дена. Доказательство гипотезы Верлинде.

[A] раздел 1.4., [W] раздел 4.

5.* Точное локализационное вычисление статсуммы

[M] - разделы 6.1, 6.2, 6.4, 8.1

6.* ABJM теория и AdS4/CFT3 двойственность

[M] необходимо вывести и сравнить формулы (5.89) (разделы 5.1 и 5.4) и формулу (8.72) (см. разделы 8.2-8.3). Также хорошо-бы мотивировать это совпадение из феноменологических соображений - см. [ABJM].

Литература:

<https://yadi.sk/d/GRBOPfGw3TjzaM>

[L] A.Lerda. *Anyons - Quantum Mechanics of Particles with Fractional Statistics*

[W] E. Witten. *Quantum Field Theory and the Jones Polynomial*

[P] A.Polyakov. *Fermi-Bose transmutations induced by gauge fields.*

[A] М.Атья. *Геометрия и физика узлов.*

[FMS] P.Di.Francesco, P. Matthieu, D. Senechal. *Conformal field theory.*

[M] M.Marino. *Lectures on localization and matrix models in supersymmetric Chern-Simons-matter theories.*

[ABJM] O. Aharony, O. Bergman, D.L. Jafferis, J. Maldacena. *$N = 6$ superconformal Chern-Simons-matter theories, M2-branes and their gravity duals.*

[Q] Д. Квиллен. *Детерминанты операторов Коши-Римана на Римановых поверхностях*

[S] G. Segal. *The definition of conformal field theory*

[H] N. Hitchin. *Flat connections and geometric quantization*