

**Специальность:** Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (05.13.18) в приложении к энергетическим системам

## **1. Математическое моделирование**

### **Общие принципы моделирования**

Типы математических моделей. Модели физических, химических, термодинамических и энергетических процессов. Моделирование технологических, организационных и технико-экономических процессов. Подходы к моделированию. Адекватность модели. Точность модели и метода решения. Законы сохранения и симметрии как аппарат для построения моделей. Редукция размерности.

### **Использование методов анализа при моделировании**

Функции и их графики, непрерывность и дифференцируемость функций. Формула Тейлора (разложения в ряд) для функций одной и многих переменных. Исследование на экстремум функций одной и многих переменных. Ряды Фурье. Интегральное исчисление. Элементы комплексного анализа.

### **Алгебраические модели**

Линейные операторы и квадратичные формы. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора, алгоритм их вычисления. Примеры использования алгебраических методов при моделировании физических, инженерных и социальных процессов.

### **Дифференциальные и интегральные уравнения**

Решение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Зависимость решения дифференциального уравнения от начальных условий и параметров. Устойчивость. Особые точки системы дифференциальных уравнений. Использование обыкновенных дифференциальных уравнений при решении прикладных задач. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных. Гиперболические, эллиптические и параболические уравнения и методы их решения. Задачи Дирихле и Неймана (краевые задачи) и их сведение к интегральным уравнениям. Использование уравнений в частных производных при решении прикладных задач.

### **Стохастические модели.**

Случайные процессы в природных и инженерных системах, в том числе в энергетических системах. Основы теории вероятности. Функции распределения. Конечномерные функции распределения. Основы теории информации. Энтропия. Закон больших чисел, центральная предельная теорема и их использование при моделировании случайных явлений. Гауссовы случайные процессы. Основы обработки статистических данных. Марковские цепи. Пуассоновы процессы/статистика. Ланжевеновские процессы. Уравнения на эволюцию функции распределения в пространстве состояния и методы их анализа.

### **Графические и сетевые модели**

Графы для описания систем и сетей, в том числе энергетических. Алгебраические и дифференциальные уравнения на графах. Линейные и нелинейные уравнения на графах. Задача определения состояния энергетической сети. Условия существования решения (решаемость), множественные решения. Задачи с сетевыми ограничениями. Примеры из электрических и тепловых систем, систем снабжения газом. Моделирование источников и потребителей.

## **Обратные задачи**

Обращение детерминистических и стохастических зависимостей. Работа с данными. Восстановление модели по данным. Основы машинного обучения. Нейронные сети – глубокие и неглубокие.

## **2. Задачи и Модели Оптимизации и Управления**

### **Задачи и модели оптимизации**

Оптимизационный подход к проблемам управления и принятия решений. Допустимое множество и целевая функция. Формы записи задач математического программирования. Классификация задач математического программирования.

Постановка задачи линейного программирования. Стандартная и каноническая формы записи. Гиперплоскости и полупространства. Допустимые множества и оптимальные решения задач линейного программирования. Выпуклые множества. Симплекс-метод.

Локальный и глобальный экстремум. Необходимые условия и достаточные безусловного экстремума дифференцируемых функций. Задачи об условном экстремуме и метод множителей Лагранжа. Методы безусловной оптимизации. Скорости сходимости. Методы первого порядка. Градиентные методы. Методы второго порядка. Метод Ньютона и его модификации.

Основные подходы к решению задач с ограничениями. Методы сведения задач с ограничениями к задачам безусловной оптимизации. Методы штрафных и барьерных функций.

Задачи стохастического программирования. Методы конечных разностей в стохастическом программировании. Методы стохастической аппроксимации. Методы случайного поиска. Стохастические задачи с ограничениями вероятностей природы. Методы и задачи дискретного программирования. Задачи целочисленного линейного программирования. Задачи оптимизации на сетях и графах. Метод динамического программирования.

Смешанные оптимизационные задачи. Задачи планирования. Примеры из электрических и тепловых систем, систем снабжения газом.

### **Задачи и модели управления**

Основные понятия теории управления: цели и принципы управления, динамические системы. Математическое описание объектов управления: пространство состояний, передаточные функции, структурные схемы. Основные задачи теории управления: стабилизация, слежение, программное управление, оптимальное управление, экстремальное регулирование. Понятие об устойчивости систем управления. Элементы теории стабилизации. Управляемость, наблюдаемость, стабилизируемость. Абсолютная устойчивость и стабилизация. Управление в условиях неопределенности. Методы исследования поведения нелинейных систем. Классификация оптимальных систем. Принцип оптимального управления (Понтрягина). Динамическое программирование. Примеры задач управления энергетическими системами.

## **3. Численные методы**

**Интерполяция и приближение функций.**

Общая постановка задачи интерполяции. Полиномиальная интерполяция. Наилучшее равномерное и среднеквадратическое приближение функций обобщенными и ортогональными многочленами. Выбор класса аппроксимирующих функций. Нелинейные приближения. Способы линеаризации. Численное интегрирование и дифференцирование. Простейшие квадратурные формулы, оценки погрешностей. Численные методы линейной алгебры. Векторные и матричные нормы. Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Исследование сходимости итерационных методов. Градиентные методы. Решение нелинейных уравнений. Итеративные методы. Численные процедуры решения задач динамического программирования. Численные методы решения стохастических задач. Монте-Карло. Метод отжига. Методы генерации независимых выборок.

Основные разделы теории сложности и приложений искусственного интеллекта. Описание и постановка задачи. Классификация задач по степени сложности. Линейные алгоритмы. Полиномиальные алгоритмы. Экспоненциальные алгоритмы.

#### **4. Комплексы программ**

**Базовые понятия:** Архитектура и типы компьютеров. Операционные системы. Языки программирования.

#### **Современные общинженерные программные системы**

Основные возможности современных систем компьютерной алгебры на примере Mathematica. Система инженерных и научных вычислений Matlab (основные элементы языка интерпретатора системы, основные возможности системы, основные пакеты прикладных программ системы). Пакеты программ для постановки и решения задач на определение состояния, оптимизации и управления энергетическими системами.

#### **Литература:**

1. Абрамов С. А. Лекции о сложности алгоритмов. – 2009.
2. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – Рипол Классик, 1987.
3. Бесов О. Лекции по математическому анализу. – Litres, 2017.
4. Голубев Г.К. Введение в математическую статистику. Курс лекций. МНЦМО. 2010. [http://premolab.ru/pub\\_files/pub6/6ha5oJtcsS.pdf](http://premolab.ru/pub_files/pub6/6ha5oJtcsS.pdf)
5. Кудрявцев Л. Краткий курс математического анализа. – Litres, 2017. – Т. 1, Т. 2, Т.3.
6. Нестеров Ю. Е. Введение в выпуклую оптимизацию. – 2010.
7. Олифер В. Г., Олифер Н. А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы. – Питер, 2006.
8. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию. – 1983.
9. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. – М : Наука, 2002.
10. Сухарев, А. Г., А. В. Тимохов, and В. В. Федоров. "Курс методов оптимизации." (2011).
11. Уроев В. М. Уравнения математической физики. – М. : ИФ "Яуза", 1998.
12. Ширяев А.Н. Вероятностно-статистические методы в теории принятия решений» (М.: ФМОП, МЦНМО, 2011
13. Bertsekas D. P. Dynamic programming and optimal control. – Belmont, MA : Athena scientific, 1995.
14. Boyd S., Vandenberghe L. Convex optimization. – Cambridge university press, 2004.
15. Boyd S. et al. Linear matrix inequalities in system and control theory. – Society for industrial and applied mathematics, 1994.
16. Cormen, Thomas H. Introduction to algorithms. MIT press, 2009.
17. Douglas A. Wolfe, Grant Schneider. Intuitive Introductory Statistics (Springer Texts in Statistics) 1st ed. 2017.
18. Machowski J., Bialek J., Bumby J. R. Power system dynamics and stability. – John Wiley & Sons, 1997.

19. Stewart W. J. Introduction to the numerical solution of Markov chains. – Princeton University Press, 1994.
20. Tanenbaum A. Computer networks, 4-th edition. Prentice Hall, 2003.
21. N. van Kampen, *Stochastic Processes in Physics and Chemistry (Third Edition)*, third edition ed. Amsterdam: Elsevier, 2007. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780444529657500003>
22. D. J. C. Mackay, *Information theory, inference, and learning algorithms*, Cambridge: Cambridge University Press, 2003. [Online]. Available: <http://www.inference.phy.cam.ac.uk/itprnn/book.html>
23. C. Moore and S. Mertens, *The Nature of Computation*, New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 2011. [Online]. Available: <http://www.nature-of-computation.org/>
24. H. E. Taylor and S. Karlin, *An Introduction to Stochastic Modeling*, 3rd ed. Academic Press, Feb. 1998. [Online]. Available: <http://www.ime.usp.br/fmachado/MAE5709/KarlinTaylorIntrodStochModeling.pdf>
25. C. W. Gardiner, *Handbook of stochastic methods for physics, chemistry and the natural sciences*, 3rd ed., ser. Springer Series in Synergetics. Berlin: Springer-Verlag, 2004, vol. 13.
26. B. L. Nelson, *Stochastic modeling - analysis and simulation (reprint from 1995)*. Dover Publications, 2002.
27. E. Cinclar, *Introduction to stochastic processes*, Prentice-Hall, 1975. [Online]. Available: <http://gso.gbv.de/DB=2.1/CMD?ACT=SRCHA&SRT=YOP&IKT=1016&TRM=ppn+021423008&sourceid=fbw>
28. T. Richardson and R. Urbanke, *Modern Coding Theory*, Cambridge University Press, 2008.
29. J.L. Kirtley, *Electric Power Principles: Sources, Conversion, Distribution and Use*, John Wiley & Sons, Ltd, 2010.
30. Bergen, A. R. and Vittal, V., *Power Systems Analysis*, 2nd edition, Prentice-Hall, 2000.
31. Wood, A.J. and Wollenberg, B.F., Sheble, G.B. *Power Generation, Operation and Control*, John Wiley & Sons, EEUU, New York, 3rd edition, 2014.
32. Gomez-Exposito, A. and Conejo, A. J. and Ca-nizares, C. (editors), *Electric Energy Systems, Analysis and Operation*, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2009.
33. Glover, J. D. and Sarma, M. S. and Overbye, T.J., *Power Systems Analysis and Design*, Cengage Learning, 2011.
34. Powerworld - <http://www.powerworld.com/>
35. Matpower - <http://www.pserc.cornell.edu/matpower/>
36. Rastrwin - <http://www.rastrwin.ru/en/>
37. Matlab - <https://www.mathworks.com>
38. Mathematica - <http://www.wolfram.com/mathematica/>
39. Python - <https://www.python.org/>
40. Julia - <https://julialang.org/>
41. EnergyPlus - <https://energyplus.net/>

**Specialty: Mathematical Modelling, Numerical Methods and Set of Programmes (05.13.18) with Application to Energy Systems.**

**1. Mathematical modelling**

**General modeling principles.**

Types of mathematical models. Models of physical, chemical, thermodynamic and energy processes. Modeling of technological, organizational and techno-economic processes. Modeling approaches. Model adequacy. Model and solution accuracy. Conservation and symmetry laws as an apparatus for constructing models. Dimension reduction.

**Use of analysis methods in modeling.**

Functions and their graphs, continuity and differentiability of functions. Taylor series for functions of one and many variables. Extremum points of functions of one and many variables. Fourier series. Integral calculus. Elements of complex analysis.

**Algebraic models.**

Linear transformations and quadratic forms. Eigenvalues and eigenvectors of a linear transformation, an algorithms to compute them. Examples of algebraic methods usage in modeling physical, engineering and social processes.

**Differential and Integral Equations.**

Solution of a system of linear differential equations with constant coefficients. Dependence of the solution of a differential equation on the initial conditions and parameters. Stability. Equilibrium points of a system of differential equations. Using ordinary differential equations to solve applied problems. Classification of linear partial differential equations. Hyperbolic, elliptic and parabolic equations and methods to solve them. Dirichlet and Neumann problems (boundary value problems) and their reduction to integral equations. Usage of partial differential equations to solve applied problems.

**Stochastic models.**

Random processes in natural and engineering systems, including energy systems. Fundamentals of probability theory. Distribution functions. Finite-dimensional probability distributions. Fundamentals of information theory. Entropy. The law of large numbers, the central limit theorem and their applications to a random processes modeling. Gaussian process. Fundamentals of statistical data processing. Markov chains. Poisson processes / statistics. Langevin equation. Equation on evolution distribution function of the phase space and methods for their analysis.

**Graphical and network models.**

Graphs for the description of systems and networks, including energy. Algebraic and differential equations on graphs. Linear and nonlinear equations on graphs. The task of determining the state of the power grid. Conditions for the existence of a solution (solvability), multiple solutions. Problems under network constraints. Examples of electrical and thermal systems, gas supply systems. Modeling of sources and consumers.

**Inverse problems.**

Inversion of deterministic and stochastic dependencies. Data analysis. Recovery of a model according to data. Fundamentals of machine learning. Deep and shallow neural networks.

**2. Problems and Models of Optimization and Control**

**Optimization problems and models.**

Optimization approach to problems of control and decision-making. Domain set and objective function. Notations of mathematical programming problems. Classification of mathematical programming problems.

Statement of a linear programming problem. Standard and canonical forms. Hyperplanes and half-spaces. Domain sets and optimal solutions of linear programming problems. Convex sets. The simplex method.

Local and global extrema. Necessary and sufficient conditions for an unconstrained extrema of differentiable functions. Problems on constrained extrema and Lagrange multipliers technique. Unconstrained optimization methods. Rate of convergence. First-order method. Gradient methods. Second-order methods. Newton's method and its modifications.

Main approaches for solving optimization problems with constraints. Methods for to reduce constraint optimization problems to unconditional ones. Penalty and barrier function methods.

Stochastic programming problem. Finite-differences method for stochastic programming problem. Stochastic approximation methods. Random search methods. Stochastic programming with probability constraints. Methods and problems of discrete programming. Integer linear programming problems. Optimization problems on networks and graphs. Dynamic programming.

Mixed optimization problems. Optimization problems in production planning. Examples of electrical and thermal systems, gas supply systems.

### **Problems and models in control theory.**

Basic concepts of control theory: objectives and control principles, dynamic systems. Mathematical description of control objects: state space, transfer functions, block diagrams. Main problems in control theory: stabilization, tracking, programmed control, optimal control, extreme regulation. Control systems stability. Elements of stability theory. Controllability, observability, stabilizability. Absolute stability and stabilization. Control under uncertainty conditions. Methods of research of behaviour of nonlinear systems. Classification of optimal systems. Pontryagin's principle in optimal control. Dynamic programming. Examples of control problems in energy systems.

### **3. Numerical methods.**

#### **Interpolation and approximation of functions.**

General formulation of the interpolation problem. Polynomial interpolation. The best uniform and least square approximation of functions by generalized and orthogonal polynomials. Selecting a class of approximating functions. Nonlinear approximation. Linearization methods. Numerical integration and differentiation.

The simplest quadrature rules, error estimation. Numerical methods of linear algebra. Vector and matrix norms. Direct and iterative methods for solving systems of linear equations. Convergence analysis for iterative methods. Gradient methods. Solution of nonlinear equations. Iterative methods. Numerical procedures for solving dynamic programming problems. Numerical methods for solving stochastic problems. Monte Carlo. Simulated annealing. Pseudo-random number sampling.

Main topics of computational complexity theory and applications of artificial intelligence. Description and statement of the problem. Problems classification according to the degree of complexity. Linear-time algorithms. Polynomial-time algorithms. Exponential-time algorithms.

### **4. Software systems**

**Basic concepts:** Architecture and types of computers. Operation Systems. Programming languages.

#### **Modern general engineering software systems**

Basic possibilities of computer algebra modern systems on the example of Mathematica. Engineering and scientific calculations system Matlab (system interpreter language main elements, main features of the system, main packages

of the system application programs). Software packages to setup and solve state determination problems, energy systems optimization and management.

### Bibliography:

1. Abramov S. A. Lectures on complexity of algorithms. – 2009.
2. Beklemishev D.V. Course in analytic geometry and linear algebra. – Ripol Classic, 1987.
3. Besov O. Lectures on mathematical analysis. – Litres, 2017.
4. Golubev G.K. Introduction to mathematical statistics, [http://premolab.ru/pub\\_files/pub6/6ha5oJtcsS.pdf](http://premolab.ru/pub_files/pub6/6ha5oJtcsS.pdf)
5. Kudryavtsev L. Brief course in mathematical analysis. – Litres, 2017. – T1, T2, T3.
6. Anfilatov V.S., Yemelyanov A.A., Kukushkin A.A. System analysis in control theory. – Finances and statistics, 2006.
7. Boltyansky V.G. Mathematical methods in optimal control.– Repol Classic, 2013.
8. Volkova V.N., Denisov A.A. Systems theory and system analysis//M. :UWrite. – 2010.
9. Nesterov Yu. E. Introduction to Convex Optimization. – 2010.
10. Olipher V. G., Olipher N.A. Computer networks. Concepts, technologies, protocols. – Питер, 2006.
11. Polyak B.T. Introduction to optimization. – 1983.
12. Polyak B.T., Sherbakov P.S. Robust stability and control. – M : Science, 2002.
13. Sukharev A.G., Timokhonov A.V., Phedorov V.V.. "Course on optimization methods" (2011).
14. Bertsekas D.P. Dynamic programming and optimal control. – Belmont, MA: Athena scientific, 1995.
15. Boyd S., Vandenberghe L. Convex optimization. – Cambridge university press, 2004.
16. Boyd S. et al. Linear matrix inequalities in system and control theory. – Society for industrial and applied mathematics, 1994.
17. Cormen, Thomas H. Introduction to algorithms. MIT press, 2009.
18. Kendall, K. E., Kendall, J. E., Kendall, E. J., & Kendall, J. A. (1992). Systems analysis and design. New Jersey: Prentice Hall.
19. Machowski J., Bialek J., Bumby J.R. Power system dynamics and stability.–JohnWiley&Sons,1997.
20. Tanenbaum A. Computer networks, 4-th edition. Prentice Hall, 2003.
21. N. van Kampen, Stochastic Processes in Physics and Chemistry (Third Edition), third edition ed. Amsterdam: Elsevier, 2007. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780444529657500003>
22. D.J.C.Mackay, Information theory, inference, and learning algorithms, Cambridge: Cambridge University Press, 2003. [Online]. Available: <http://www.inference.phy.cam.ac.uk/itprnn/book.html>
23. C.Moore and S.Mertens, The Nature of Computation, New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 2011. [Online]. Available: <http://www.nature-of-computation.org/>
24. H.E.Taylor and S.Karlin, An Introduction to Stochastic Modeling, 3rd ed. Academic Press, Feb. 1998. [Online]. Available: <http://www.ime.usp.br/fmachado/MAE5709/KarlinTaylorIntrodStochModeling.pdf>
25. C.W. Gardiner, Handbook of stochastic methods for physics, chemistry and the natural sciences, 3rd ed., ser. Springer Series in Synergetics. Berlin: Springer-Verlag, 2004, vol. 13.
26. B. L. Nelson, Stochastic modeling - analysis and simulation (reprint from 1995). Dover Publications, 2002.
27. E. Cinlar, Introduction to stochastic processes, Prentice-Hall, 1975. [Online]. Available: <http://gso.gbv.de/DB=2.1/CMD?ACT=SRCHA&SRT=YOP&IKT=1016&TRM=ppn+021423008&sourceid=fbw>
28. T. Richardson and R. Urbanke, Modern Coding Theory, Cambridge University Press, 2008.
29. J.L. Kirtley, Electric Power Principles: Sources, Conversion, Distribution and Use, John Wiley & Sons, Ltd, 2010.
30. Bergen, A. R. and Vittal, V., Power Systems Analysis, 2nd edition, Prentice-Hall, 2000.
31. Wood, A.J. and Wollenberg, B.F., Sheble, G.B. Power Generation, Operation and Control, John Willey & Sons, EEUU, New York, 3rd edition, 2014.
32. Gomez-Exposito, A. and Conejo, A. J. and Ca~nizares, C. (editors), Electric Energy Systems, Analysis and Operation, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2009.
33. Glover, J.D. and Sarma, M.S. and Overbye, T.J., Power Systems Analysis and Design, Cengage Learning, 2011.
34. Powerworld - <http://www.powerworld.com/>
35. Matpower - <http://www.pserc.cornell.edu/matpower/>
36. Rastrwin - <http://www.rastrwin.ru/en/>
37. Matlab - <https://www.mathworks.com>
38. Mathematica - <http://www.wolfram.com/mathematica/>
39. Python - <https://www.python.org/>
40. Julia - <https://julialang.org/>
41. EnergyPlus - <https://energyplus.ne>

